i° che ad una medesima funzione co di *u* corrispondono infinite sviluppoidi esistenti in una medesima superficie continua ;

2° che il piano osculatore della sviluppoide in un punto qualunque di essa contiene k tangente alla trajettoria nel punto corrispondente ;

procediamo a dimostrare il seguente

TEOREMA GENERALE. — *Qualunque sia la legge con cui varia da un punto all'altro l'angolo sotto cui le tangenti d'una sviluppoide sono segate dalla trajettoria, ciascuna sviluppoide e una lima geodetica della superficie luogo geometrico di tutte le sviluppoidi generate colla medesima legge.*

Di questo teorema non sembra noto che il caso particolarissimo di co costante ed uguale a — TU.

Se dal punto *(p, q, r)* della trajettoria si conducono le rette tangenti a tutte **le** sviluppoidi componenti la famiglia che si considera, e manifesto che queste rette sono le generataci d'un cono retto, il cui asse o diretto secondo la tangente alla trajettoria, e che inviluppa la superficie luogo delle sviluppoidi; quest'ultima superficie ed il cono anzidetto hanno dunque nel punto (x, *y,* ^) il medesimo piano tangente. Ciò posto, il piano osculatore della sviluppoide in questo punto e normale alla superficie conica, poiché contiene la tangente alla trajettoria., che ne è l'asse : dunque esso è normale anche alla superficie luogo delle sviluppoidi. Donde consegue che le sviluppoidi sono linee geodetiche di questa superficie.

Crediamo bene aggiungere una dimostrazione analitica di questa medesima proprietà.

Assumendo per semplicità come variabile indipendente la *s,* ed indicando con apici le derivazioni relative ad essa, si hanno b equazioni

(a) $p = x + tx'$, $q=y + ty'_J$ $r = \hat{} + l\hat{}^f$,

(/;) $p' x' -(- q' y' + r^f \hat{} = <?'$ cos co ,

da cui eliminando i coseni x' $_y$ /, ^' si

ottiene la (O O»-' $\hat{}P' + (<l-y)$

equazione che rappresenta evidentemente la superficie conica suindicata, quando vi si riguardino le x, *y,* ^ come coordinate correnti e le *p, q, r,* ecc. coinè costanti. Rappresentando quest'equazione con $M =$ o se ne trae

$$\frac{dM}{dx} = p' - \text{cVcos o}, \quad \frac{dM}{dy} = q - y' \text{ ci cos o } 3, \quad \frac{dM}{d\backslash.} = r - \text{£ cr cos co} .$$

Ora, derivando le equazioni (tf) rispetto ad *s* si ha

/>' = (i + 0 *' + '*"»   ?' = (i + O/ + */'»   r' = (i + f'X + ^",